

УДК 57:612.76

ПАРАМЕТРЫ ДЕФОРМАЦИОННЫХ СВОЙСТВ ПОЛОЙ ВЕНЫ**Муслов С.А., Зайцева Н.В., Корнеев А.А., Чистяков М.В.,
Завьялова А.И., Солодов А.А.***Российский университет медицины, Москва, e-mail: muslov@mail.ru*

Целью статьи являлось на основе литературных данных рассчитать параметры гиперупругих свойств полой вены человека. Использовали данные, полученные при одноосных механических испытаниях полой вены на аутопсийном материале. Расчеты проведены на основе испытаний на одноосное растяжение аутопсийного материала в интервале деформаций 0-0.26 с помощью системы компьютерной алгебры Mathcad 15.0. Рассмотрены наиболее часто встречающиеся в механике больших деформаций гиперупругие модели: неогоковская, Муни-Ривлина, Огдена, Йео, полиномиальная и Веронда-Вестманн. «Невязку» опытных и модельных данных определяли с помощью параметров описательной статистики: значений стандартного отклонения, максимальной абсолютной ошибки, приведенной погрешности и коэффициента корреляции. По полученным результатам описания механического поведения полых вен лучше всего подходит гиперупругая модель Веронда-Вестманн, менее всего – 1-параметрическая неогоковская. Последняя проявляет и механическую нестабильность при малых деформациях, что несвойственно биологическим тканям. Рассмотрены также линейная, билинейная и экспоненциальная модели полой вены и получены численные значения показателей их деформационных свойств. Наилучшие характеристики среди данных моделей продемонстрировала экспоненциальная деформационная модель. Актуальность исследований обусловлена необходимостью знаний параметров деформационных свойств полых вен при разработке замещающих материалов для протезов и функциональных аналогов в сосудистой хирургии.

Ключевые слова: полая вена, деформационные модели, гиперупругость**PARAMETERS OF DEFORMATION PROPERTIES OF THE VENA CAVA****Muslov S.A., Zaitseva N.V., Korneev A.A., Chistyakov M.V.,
Zavialova A.I., Solodov A.A.***Russian University of Medicine, Moscow, e-mail: muslov@mail.ru*

The purpose of the article was, based on literature data, to calculate the parameters of the hyperelastic properties of the human vena cava. We used data obtained from uniaxial mechanical tests of the vena cava on autopsy material. Calculations were carried out based on uniaxial tensile tests of autopsy material in the strain range 0-0.26 using the computer algebra system Mathcad 15.0. The most common hyperelastic models in the mechanics of large deformations are considered: neohookean, Mooney-Rivlin, Ogden, Yeo, polynomial and Veronda-Westmann. The “discrepancy” of the experimental and model data was determined using the parameters of descriptive statistics: standard deviation values, maximum absolute error, reduced error and correlation coefficient. According to the results obtained for describing the mechanical behavior of the vena cava, the hyperelastic Veronda-Westmann model is best suited, and the 1-parameter neohookean model is least suitable. The latter also exhibits mechanical instability at small deformations, which is unusual for biological tissues. Linear, bilinear and exponential models of the vena cava were also considered and numerical values of the indicators of their deformation properties were obtained. The best performance among these models was demonstrated by the exponential deformation model. The relevance of the research is due to the need to know the parameters of the deformation properties of the vena cava when developing replacement materials for prostheses and functional analogues in vascular surgery.

Keywords: vena cava, deformation models, hyperelasticity**Введение**

Механическим свойствам биологических тканей органов человека и животных посвящено весьма большое количество публикаций [1-3], а интерес исследователей к ним не ослабевает и в последние годы (рис. 1). Триггером в этом процессе послужила актуальность применения сегодня замещающих материалов с заданными свойствами в пластической хирургии и трансплантологии. Для успешных вмешательств знание физических, и прежде всего механических, параметров тканей материалов-заменителей, как и природных тканей, крайне необходимо. Полые вены – два магистральных сосуда, по которым возвращается ве-

нозная кровь из тела в сердце. В настоящее время в связи с распространенностью болезней крупных вен организма человека особую важность приобретают вопросы протезирования этого отдела сосудистого русла.

Оптимальными материалами для протезов признаны аутотрансплантаты, а среди синтетических – пористый политетрафторэтилен [5]. Также доказала высокую эффективность эндоваскулярная реконструкция нижней полой вены саморасширяющимися нитиноловыми стентами [6].

Однако деформационные свойства собственно тканей полой вены изучены недостаточно.

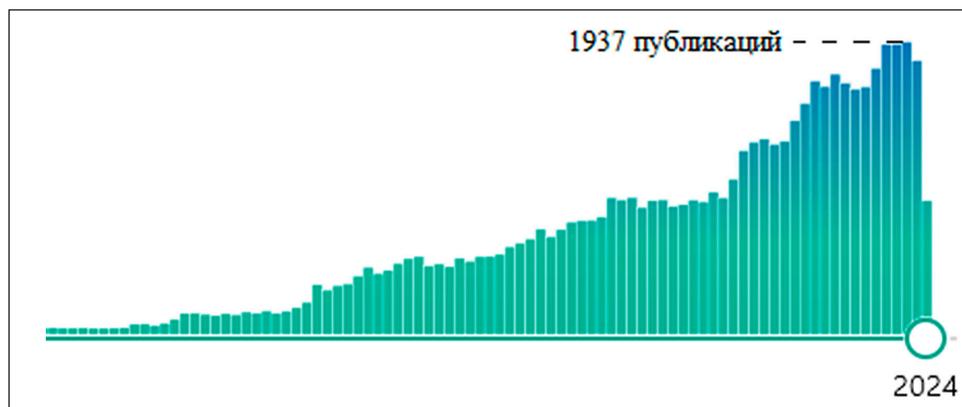


Рис. 1. Число публикаций, посвященных полимерным венам, в мировой медицинской литературе по годам [4]

В качестве примера можно привести одну из немногочисленных публикаций [7], в которой, используя наноиндентирование, пространственно картировали микромеханические свойства срезов аорты и полых вен хорька с толщиной стенки 5 мкм и связали эти механические свойства с гистологическим распределением эластичных волокон. Модуль упругости аорты прогрессивно снижался от 35 МПа в адвентициальном (самом внешнем) слое до 8 МПа в интимальном (самом внутреннем) слое. Напротив, полая вена была относительно жесткой, с модулем упругости >30 МПа как в богатой внеклеточным матриксом адвентициальной, так и в интимальной областях сосуда. Однако центральный высококлеточный медиальный слой полых вен имел модуль упругости ~20 МПа. В областях ткани, богатых внеклеточным матриксом, модуль упругости, определенный с помощью наноиндентирования, обратно коррелировал с плотностью эластичных волокон. Таким образом, авторы выявили возможность пространственно разрешать различия в микромеханических свойствах крупных артерий и вен, связанные с микроструктурой тканей, однако не указали диапазон деформаций, в котором производили измерения, что весьма важно. Автор статьи [8] W. Li инфузионным методом установил, что модуль Юнга полых вен варьируется в зависимости от давления от 22 до 84 кПа и имеет тенденцию к росту с увеличением трансмурального давления. Тем не менее детально пассивные упругие и гиперупругие свойства полых вен не изучались, а данные зачастую противоречили друг другу. Это связано прежде всего с тем, что упругие свойства мягких биологических тканей являются дифференциальными (инкрементальными, т.е. возрастающими с деформацией)

и гиперупругими (как известно, гиперупругие материалы способны испытывать гигантские деформации, а потом возвращаться к исходному состоянию или близкому к нему) и не могут быть выражены всего лишь одним значением $E = \Delta\sigma/\Delta\epsilon$. И даже двух значений E_1 и E_2 в билинейной модели с двумя модулями упругости недостаточно.

Актуальность исследований определена необходимостью знаний данных параметров при разработке замещающих материалов для протезов в сосудистой хирургии.

Цель исследования – на основании результатов известных механических испытаний изучить деформационные свойства стенки полых вен человека.

Материалы и методы исследования

Расчеты производили в программном пакете Mathcad 15.0. Использовали данные, полученные при одноосных механических испытаниях полых вен на аутопсийном материале, представленные в работе [9, с. 261-301]. Применяли функции «подгонки» *linfit* и *genfit*, а также функционал *corr*. Анализировались наиболее часто встречающиеся в мировой литературе гиперупругие модели: неогуксовская, Муни-Ривлина [10], Огдена, Йео, полиномиальная [11] и Веронда-Вестманн [12].

Результаты исследования и их обсуждение

Гиперупругие модели. Результаты вычислений сведены в таблицы 1 и 2, а зависимости «напряжение – деформация» отображены на рисунке 2.

Отметим, что на графике при малых деформациях можно видеть участок механической неустойчивости материала в модели Муни-Ривлина (начальный упругий модуль $E_{MR} < 0$).

Таблица 1

Параметры гиперупругих моделей поллой вены

Гиперупругая модель (постоянные)	μ , кПа	α	C_{10}, C_{01} , кПа	C_{01}, C_{20} , кПа	C_{20}, C_{30} , кПа	C_{02} , кПа	C_{11} , кПа
Неогуковская (μ)	18.691	–	–	–	–	–	–
Муни-Ривлина 2-параметрическая (C_{10}, C_{01})	–	–	233.899	-262.08	–	–	–
Огдена 1-го порядка (μ, α)	27.659	0.065	–	–	–	–	–
Йео 3-го порядка (C_1, C_2, C_3)	–	–	6.571	-69.422	530.332	–	–
Полиномиальная 2-го порядка ($C_{10}, C_{01}, C_{20}, C_{02}, C_{11}$)	–	–	-624.25	639.764	$2.70 \cdot 10^4$	$3.88 \cdot 10^4$	$-6.4 \cdot 10^4$
Веронда-Вестманн (C_1, C_2, C_3)	–	–	0.084	17.439	0.929	–	–

Таблица 2

Статистические показатели гиперупругих моделей поллой вены

Гиперупругие модели	Стандартное отклонение SD, кПа	Макс. абсолютная ошибка Δ , кПа	Приведенная погрешность δ_{\max} , %	Коэффициент корреляции R
Неогуковская	9.176	10.63	24.647	0.824
Муни-Ривлина 2-параметрическая	4.431	5.666	13.137	0.949
Огдена	0.645	1.139	2.641	0.9992
Йео	0.811	1.073	2.488	0.998
Полиномиальная	0.259	0.354	0.821	0.9998
Веронда-Вестманн	0.197	0.414	0.96	0.9999

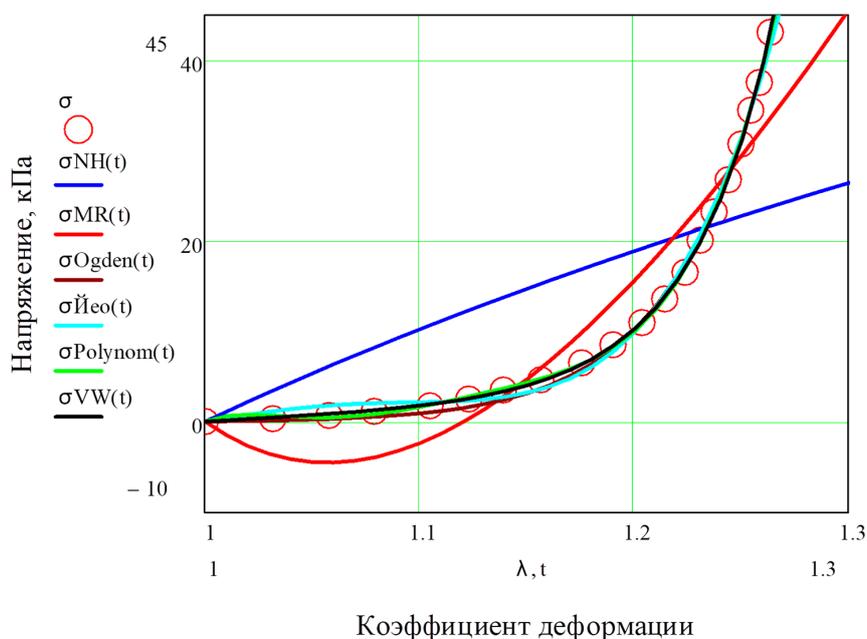


Рис. 2. Вид гиперупругих модельных функций поллой вены: в неогуковской (NH), Муни-Ривлина (MR), Огдена (Ogden), Йео (Yeoh), полиномиальной (Polynom), Веронда-Вестманн (VW) моделях и экспериментальные данные (σ)

Линейная, билинейная и экспоненциальная деформационные модели.

Представляет также интерес исследование деформационных свойств поллой вены в рамках деформационных линейной, билинейной и экспоненциальной моделей (табл. 3 и 4). Данные модели описывали функциями вида:

$\sigma = E \cdot \varepsilon$ – линейная зависимость;

$\sigma = E_1 \cdot \varepsilon + E_2 \cdot (\varepsilon - \varepsilon_{кр}) \cdot \theta(\varepsilon - \varepsilon_{кр})$ – билинейная зависимость;

$\sigma = a \cdot [\exp(b \cdot \varepsilon) - 1]$ – экспоненциальная зависимость.

E – модуль Юнга в линейной модели;

$E_1 = E_{мин}$, $E_2 = E_{макс}$ – минимальный и максимальный модули Юнга в билинейной модели,

θ – ступенчатая функция Хэвисайда, равная нулю для значений аргумента, меньших нуля, и единице – для значений, больших нуля;

$\varepsilon_{кр} = 0.22$ – деформация, соответствующая в билинейной модели точке, $s_{билin1} = s_{билin2}$ (рис. 3), и при которой эластиновый механизм деформации мягких тканей сменяется на коллагеновый;

параметры a и b отвечают наиболее точной экспоненциальной аппроксимации.

Таблица 3

Параметры линейной, билинейной и экспоненциальной моделей поллой вены

Свойства	Деформационные						
	Линейная	Билинейная			Экспоненциальная		
Модель							
Параметры	E , кПа	E_1 , кПа	E_2 , кПа	$\varepsilon_{кр}$	a , кПа	b	$E_{ср}^*$, кПа
	94.47	2.64	944.72	0.22	0.118	22.351	160.29

*среднее значение $E_{ср}$ рассчитывали по формуле $E_{ср} = \frac{1}{\varepsilon_{макс} - \varepsilon_{мин}} \int_{\varepsilon_{мин}}^{\varepsilon_{макс}} E(\varepsilon) d\varepsilon$.

Таблица 4

Статистические показатели линейной, билинейной и экспоненциальной моделей поллой вены

Гиперупругие модели	Стандартное отклонение SD, кПа	Макс. абсолютная ошибка Δ , кПа	Приведенная погрешность δ_{max}^2 , %	Коэффициент корреляции R
Линейная	7.572	10.131	23.49	0.8561
Билинейная	8.644	13.017	30.18	0.8561
Экспоненциальная	0.565	0.811	1.88	0.9995

В таблице 4 обращает на себя внимание тот факт, что параметры «подгонки» SD, Δ и δ_{max} линейной функции отличаются в лучшую сторону по сравнению с аналогичными у 2-модульной билинейной модели (с минимальным и максимальным упругим модулем). Коэффициенты корреляции R обеих моделей при этом одинаковы. Очевидно, использовать в билинейной модели наименьший и наибольший значения модулей не является лучшей идеей.

Из таблицы 4 также следует, что статистические показатели экспоненциальной модели (SD = 0.565, Δ = 0.811, δ_{max} = 1.881%, R = 0.9995) не хуже 3 из 6 рассмотренных гиперупругих моделей (табл. 2), что делает ее предпочтительнее данных моделей при аппроксимации деформационных свойств поллой вены.

Таким образом, из таблицы 3 следует, что упругие модули поллой вены равны: в линейной модели 94.47 кПа, в билинейной 2.64 кПа (минимальный) и 944.72 кПа (максимальный). Средний модуль Юнга в экспоненциальной аппроксимации – 160.29 кПа. То есть максимальный модуль Юнга поллой вены больше минимального в 356 (!) раз и является в итоге выраженным дифференциальным (инкрементальным). При этом упругий модуль линейной модели и средний модуль экспоненциальной модели значительно ближе по величине к минимальному значению, чем к максимальной величине (рис. 4). Очевидно, это связано с тем, что «разгон» дифференциального упругого модуля происходит медленно и большая его часть соответствует диапазону малых деформаций ($\approx 0-0.15$).

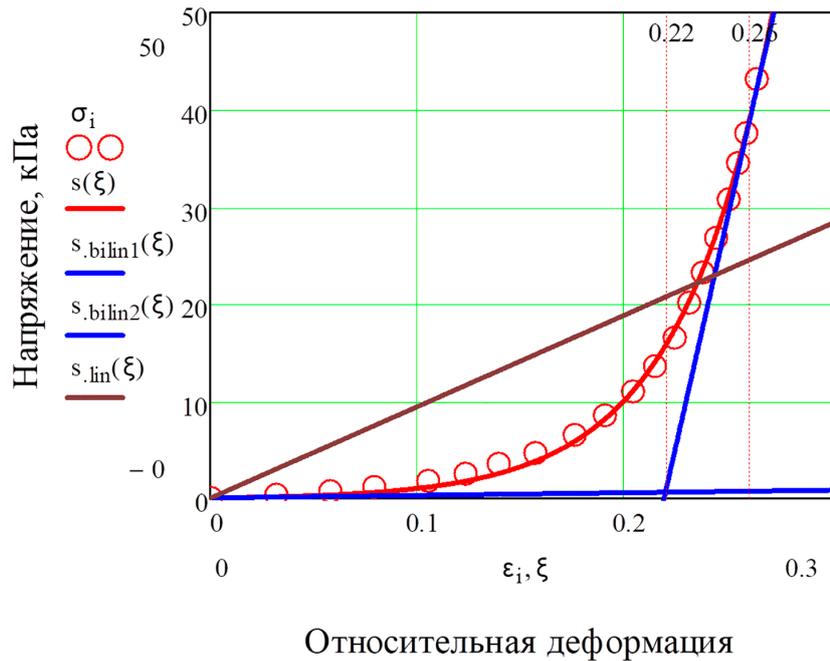


Рис. 3. Деформационные свойства поллой вены: σ_i – опытные точки [9], $s(\xi)$ – экспоненциальная модель, $s_{bilin1}(\xi)$ и $s_{bilin2}(\xi)$ – билинейная модель, $s_{lin}(\xi)$ – линейная модель

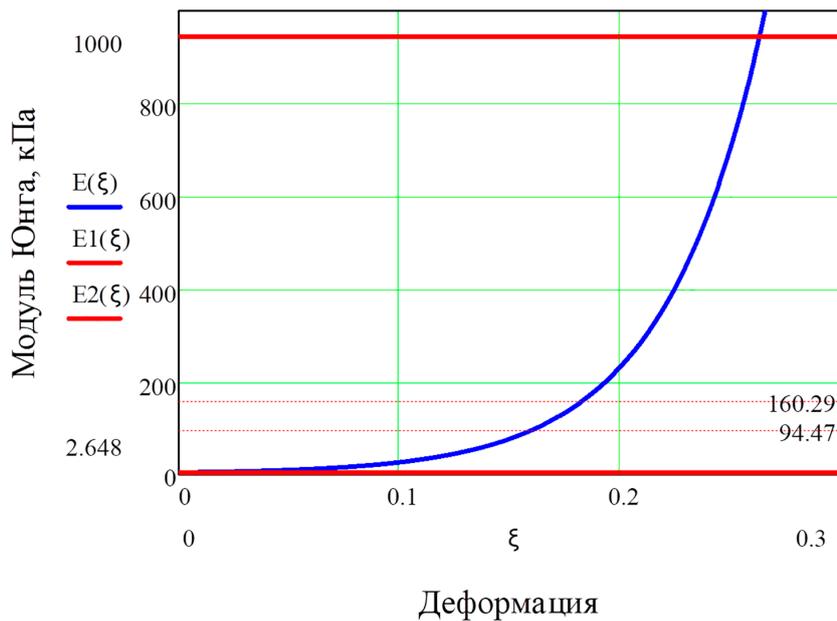


Рис. 4. Упругие модули поллой вены: минимальный $E_1 = 2.64$ кПа, максимальный $E_2 = 944.72$ кПа, модуль Юнга линейной модели $E = 94.47$ кПа (пунктир), среднее значение экспоненциальной модели $E_{cp} = 160.29$ кПа (пунктир) и дифференциальный $E(\xi)$

Выводы

1. Рассчитаны параметры гиперупругих моделей поллой вены человека и определены их статистические показатели как коэффициентов «подгонки» аппроксимирующих

функций под имеющиеся экспериментальные данные.

2. Для описания механического поведения поллой вены лучше всего подходит гиперупругая модель Веронда-Вестманн

(SD = 0.197, Δ = 0.026,

$\delta_{\max} = 0.96\%$, R = 0.9999),

менее всего – простейшая 1-параметрическая неогуксовская модель

(SD = 9.176, δ = 0.156,

$\delta_{\max} = 24.647\%$, R = 0.824).

3. Двухпараметрическая модель Муни-Ривлина закономерно не проявила хороших показателей и также не рекомендована для описания деформационных кривых поллой вены. Кроме того, на начальном участке деформирования она характеризуется механической неустойчивостью, что не соответствует экспериментальным наблюдениям.

4. Установлены параметры линейной, билинейной и экспоненциальной деформационных моделей поллой вены, а также их статистические показатели. Модуль Юнга поллой вены является инкрементальным и в линейной модели равен 94.47 кПа, в билинейной – 2.64 кПа (минимальный) и 944.72 кПа (максимальный). Средний модуль Юнга в экспоненциальном приближении – 160.29 кПа.

5. Результаты моделирования могут быть полезны при расчетах в биоинженерии и медицине при подборе замещающих материалов для реконструктивных операций на крупных сосудах в сердечно-сосудистой хирургии и разработке конструкций из этих материалов.

Список литературы

1. Муслов С.А., Перцов С.С., Арутюнов С.Д. Физико-механические свойства биологических тканей / Под ред.

академика РАН О.О. Янушевича. М.: Практическая медицина, 2023. 456 с.

2. Муслов С.А., Арутюнов С.Д. Механические свойства зуба и околозубных тканей: монография. М.: Практическая Медицина, 2020. 256 с.

3. Муслов С.А., Арутюнов С.Д. Физические свойства тканей зуба. М.: Практическая медицина, 2021. 176 с.

4. Aung E.Y., Khan M., Williams N., Raja U., Hamady M. Endovascular Stenting in Superior Vena Cava Syndrome: A Systematic Review and Meta-analysis // *Cardiovasc Intervent Radiol.* 2022. Vol. 45(9). P. 1236-1254.

5. Тарасов В.А., Богданович А.С., Литвинов А.Ю., Ларин И.А. Резекция и протезирование верхней поллой вены при солидных злокачественных опухолях грудной клетки // *Вестник Санкт-Петербургской медицинской академии последипломного образования.* 2011. Т. 3, № 2. С. 26-31.

6. Sebastian T., Dopheide J.F., Engelberger R.P., Spirk D., Kucher N. Outcomes of endovascular reconstruction of the inferior vena cava with self-expanding nitinol stents // *J. Vasc. Surg. Venous Lymphat. Disord.* 2018. Vol. 6(3). P. 312-320. DOI: 10.1016/j.jvsv.2017.11.012.

7. Akhtar R., Schwarzer N., Sherratt M.J., Watson R.E., Graham H.K., Trafford A.W., Mummery P.M., Derby B. Nanoindentation of histological specimens: Mapping the elastic properties of soft tissues // *J. Mater. Res.* 2009. Vol. 24(3). P. 638-646. DOI: 10.1557/JMR.2009.0130.

8. Li W. Biomechanical property and modelling of venous wall // *Progress in Biophysics and Molecular Biology.* 2018. Vol. 133. P. 56-75. DOI: 10.1016/j.pbiomolbio.2017.11.004.

9. Fung Y.C. *Mechanical Properties of Blood Vessels // Biomechanics.* NY: Springer, 1981. 433 p. DOI: 10.1007/978-1-4757-1752-5_8.

10. Шмурак М.И., Кучумов А.Г., Воронова Н.О. Анализ гиперупругих моделей для описания поведения мягких тканей организма человека // *Master's Journal.* 2017. № 1. С. 230-243.

11. Rackl M. Curve Fitting for Ogden, Yeoh and Polynomial Models // *ScilabTEC 2015, 7th International Scilab Users Conference.* (Paris, France, 21st and 22nd May 2015). France, 2015. P. 1-18.

12. Veronda D.R., Westmann R.A. Mechanical characterization of skin-finite deformations // *J. Biomech.* 1970. Vol. 3(1). P. 111-24. DOI: 10.1016/0021-9290(70)90055-2.