СТАТЬЯ

УДК 61:004

КРИВЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КАТЕГОРИЙ В МОДЕЛИ РАША И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ АНАЛИЗА КАЧЕСТВА ЖИЗНИ В МЕДИЦИНЕ

[1]Муслов С.А., [2]Маслак А.А., [1]Арутюнов С.Д., [1]Грачев Д.И., [1]Чижмаков Е.А.

[1]ГБОУ ВПО «Московский государственный медико-стоматологический университет им. А.И. Евдокимова», Москва, e-mail: muslov@mail.ru;

[2]ФБГОУ ВПО «Кубанский государственный университет», филиал, Славянск-на-Кубани

Важной характеристикой индикаторных переменных в метрической модели измерений Раша является распределение их категорий. В данной работе выведены уравнения кривых распределения категорий для политомической переменной (0, 1, 2, 3, 4) в модели Раша. Такое число градаций весьма часто применяется в тестологии и соответствует ответам респондентов «никогда», «очень редко», «иногда», «часто», «очень часто» при исследовании, например, качества жизни пациентов в медицине до и после лечения. Полученные кривые позволяют судить о наиболее вероятных ответах на пункты опросника и валидности используемого теста. Рассчитаны величина порогов категорий индикаторов при опросе пациентов о качестве их жизни после стоматологического ортопедического лечения посредством съемных пластиночных конструкций зубных протезов. Рассмотрены возможные варианты, когда пороговые значения ранжированы таким образом, что $\tau_{mi} > \tau_{mi-1} > \ldots > \tau_2 > \tau_1$ и когда не упорядочены по величине. Обсуждается интерпретация латентных переменных в медицине. Предложено латентную переменную δ определять влиянием определенных негативных патогенных факторов, а переменную β – адаптационно-компенсаторными возможностями организма и эффективностью лечения.

Ключевые слова: кривые распределения категорий, модель Раша, латентные переменные

ITEM CHARACTERISTIC CURVES IN THE RASCH MODEL AND THEIR APPLICATION FOR THE ANALYSIS OF THE QUALITY OF LIFE IN MEDICINE

[1]Muslov S.A., [2]Maslak A.A., [1]Arutyunov S.D., [1]Grachev D.I., [1]Chizhmakov E.A.

[1]Evdokimov Moscow State Medical Stomatological University, Moscow, e-mail: muslov@mail.ru;

[2]Kuban State University, branch, Slavyansk-on-Kuban

An important characteristic of indicator variables in the metric Rasch measurement model is the distribution of their categories. The equations of the distribution curves of categories for a polytomous variable (0, 1, 2, 3, 4) in the Rush model are obtained. This number of gradations it is very often used in testology and corresponds to the respondents answers «never»," very rarely», «sometimes», «often», "very often" when studying, for example, the quality of life of patients in medicine before and after treatment. The obtained curves allowed us to judge the most likely answers to the questionnaire items and the validity of the test used. The thresholds of the indicator categories were calculated when interviewing patients about the quality of their life after dental orthopedic prosthetics. Possible variants when the threshold values are ordered in such a way that $\tau_{mi} > \tau_{mi-1} > \ldots > \tau_2 > \tau_1$ and when they are not ordered are considered. The interpretation of latent variables in medicine is discussed. It is proposed to determine the latent variable δ by the influence of negative pathogenic factors, and the variable β – by the adaptive and compensatory capabilities of the body and the effectiveness of therapeutic or other treatment.

Keywords: item characteristic curve (ICC), Rasch model (RM), latent variables

На оценку качества жизни (КЖ) в медицине оказывает влияние множество факторов, например важен возраст, который сказывается на психологических особенностях пациентов пожилого и старческого возраста [1, 2]. Сегодня в исследованиях КЖ рассматривают две теории тестирования: классическую и современную, при этом доля в применении последней постепенно возрастает. Классическая теория тестирования (КТТ) по ряду причин не дает объективных данных об объекте исследования [3], тогда как правильная процедура лечения больных требует знания точной картины их физического и психологического здоровья. В середине XX в. была решена задача преобразования формальных наблюдений за исходом случайных событий в измерения, то есть непрерывные переменные со значениями на едином линейном континууме. Достижения стали возможными благодаря современной теории тестирования (англ. Item Response Theory – IRT), являющейся частью более общей теории латентно-структурного анализа. В теории IRT применяют различные метрические модели. Одними из самых распространенных являются семейство моделей Раша, которые соответствуют практически всем требованиям, предъявляемым к качественному измерительному инструментарию [4, 5].

Материалы и методы исследования

Расчеты производили в системе компьютерной алгебры Mathcad 15.0 и диалоговой системе ИЛП (Измерение латентных

переменных), альтернативной зарубежным аналогам RUMM и Winsteps. Опрос пациентов (N = 50, возраст 42–87 лет, 17 женщин и 33 мужчины) с полной утратой зубов после стоматологического ортопедического лечения посредством съемных пластиночных конструкций зубных протезов производили с помощью специального опросника КЖ OHIP-20 DG [6]. Ответ на каждый вопрос был квантифицирован от 0 до 4 баллов. Анкета заполнялась последовательно с 1 по 20 вопрос. На каждый вопрос мог быть дан только один ответ.

Результаты исследования и их обсуждение

Вероятность достижения случайной политомической величины x_{ni} значения x в однопараметрической модели Раша выражается формулой [7]

$$P(x_{ni} = x) = \frac{e^{-\tau_{i1}-\tau_{i2}-\ldots-\tau_{xi}+x(\beta_n-\delta_i)}}{\sum_{x=0}^{m_i} e^{-\tau_{i1}-\tau_{i2}-\ldots-\tau_{xi}+x(\beta_n-\delta_i)}}, \quad (1)$$

где латентные переменные обозначены символами β_n и δ_i, β_n – месторасположение n-го объекта на шкале латентной переменной, δ_i – месторасположение i-й индикаторной переменной соответственно. В педагогике и психологии традиционно – это уровень подготовленности испытуемых и трудность заданий теста, в медицине этот вопрос окончательно не решен и находится в стадии обсуждения [8], m_i – число категорий i-го индикатора, τ_{xi} – пороги индикаторных переменных. (Здесь и в дальнейшем используется терминология, принятая в современной теории тестирования. Под индикаторами понимаются пункты опросника, пациенты служат объектами.)

Как известно, о величине латентных параметров можно судить по ее индикаторным переменным. При этом точность измерения латентной переменной зависит от числа индикаторных переменных и их градаций. Показано, что повысить точность измерения можно не только за счет увеличения числа индикаторных переменных, но и за счет увеличения числа их градаций [9].

Общая формула (1) в дихотомическом случае ($x_{ni} = 0, 1$) дает известные выражения:

$$P(x_{ni} = 1) = \frac{e^{\beta_n-\delta_i}}{1+e^{\beta_n-\delta_i}},$$

$$P(x_{ni} = 0) = \frac{1}{1+e^{\beta_n-\delta_i}}. \quad (2)$$

Их можно записать в виде

$$P(x_{ni} = 0) = \frac{e^{0(\beta_n-\delta_i)}}{e^{0(\beta_n-\delta_i)}+e^{1(\beta_n-\delta_i)}},$$

$$P(x_{ni} = 1) = \frac{e^{1(\beta_n-\delta_i)}}{e^{0(\beta_n-\delta_i)}+e^{1(\beta_n-\delta_i)}}, \quad (2б)$$

поскольку $e^0 = 1$, а $1(\beta_n - \delta_i) = \beta_n - \delta_i$.

Соответственные кривые распределения категорий (в англоязычной литературе – Item Characteristic Curve, ICC) для дихотомической переменной имеют вид, представленный на рис. 1.

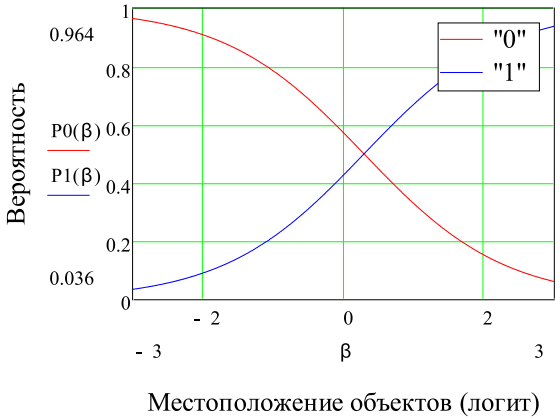

Рис. 1. Кривые распределения категорий для дихотомической переменной (0, 1). Δ = 0.3

В случае политомической переменной ($x_{ni} = 0, 1, 2$) формула (1) трансформируется в следующие равенства:

$$P(x_{ni} = 0) = \frac{e^{0(\beta_n-\delta_i)}}{e^{0(\beta_n-\delta_i)}+e^{-\tau_{1i}+1(\beta_n-\delta_i)}+e^{-\tau_{1i}-\tau_{2i}+2(\beta_n-\delta_i)}}$$

$$P(x_{ni} = 1) = \frac{e^{-\tau_{1i}+1(\beta_n-\delta_i)}}{e^{0(\beta_n-\delta_i)}+e^{-\tau_{1i}+1(\beta_n-\delta_i)}+e^{-\tau_{1i}-\tau_{2i}+2(\beta_n-\delta_i)}}$$

$$P(x_{ni} = 2) = \frac{e^{-\tau_{1i}-\tau_{2i}+2(\beta_n-\delta_i)}}{e^{0(\beta_n-\delta_i)}+e^{-\tau_{1i}+1(\beta_n-\delta_i)}+e^{-\tau_{1i}-\tau_{2i}+2(\beta_n-\delta_i)}}, \quad (3)$$

где выражения для i-го индикатора содержат два порога τ_{1i} и τ_{2i} – параметры модели, точки на шкале латентной переменной, в которых вероятность выбора соседних категорий совпадает.

Отметим, что если переменная x_{ni} равна 0 и, следовательно, порог не был превышен, то в числителе порог не отображается, а коэффициент или множитель при $(\beta_n - \delta_i)$ равен 0. Если x_{ni} равна 1 и, следовательно, был превышен только первый порог, а остальные нет, то в числителе отображается первый порог, а множитель при $(\beta_n - \delta_i)$ равен 1. Если значение x_{ni} равно 2 и, следовательно, были превышены как первый, так и второй пороговые значения, то оба порога отображаются в числителе, а коэффициент или множитель перед $(\beta_n - \delta_i)$ равны 2. Как и в дихотомическом случае, сумма всех числителей равна знаменателю.

Кривые распределения категорий для политомической переменной (0, 1, 2) представлены на рис. 2.

Для переменной (x_{ni} = 0, 1, 2, 3, 4) уравнение (1) преобразуется к виду

$$P(x_{ni}=0)=\frac{e^{0(\beta_n-\delta_i)}}{e^{0(\beta_n-\delta_i)}+e^{-\tau_{1i}+1(\beta_n-\delta_i)}+e^{-\tau_{1i}-\tau_{2i}+2(\beta_n-\delta_i)}+e^{-\tau_{1i}-\tau_{2i}-\tau_{3i}+3(\beta_n-\delta_i)}+e^{-\tau_{1i}-\tau_{2i}-\tau_{3i}-\tau_{4i}+4(\beta_n-\delta_i)}}$$

$$P(x_{ni}=1)=\frac{e^{-\tau_{1i}+1(\beta_n-\delta_i)}}{e^{0(\beta_n-\delta_i)}+e^{-\tau_{1i}+1(\beta_n-\delta_i)}+e^{-\tau_{1i}-\tau_{2i}+2(\beta_n-\delta_i)}+e^{-\tau_{1i}-\tau_{2i}-\tau_{3i}+3(\beta_n-\delta_i)}+e^{-\tau_{1i}-\tau_{2i}-\tau_{3i}-\tau_{4i}+4(\beta_n-\delta_i)}}$$

$$P(x_{ni}=2)=\frac{e^{-\tau_{1i}-\tau_{2i}+2(\beta_n-\delta_i)}}{e^{0(\beta_n-\delta_i)}+e^{-\tau_{1i}+1(\beta_n-\delta_i)}+e^{-\tau_{1i}-\tau_{2i}+2(\beta_n-\delta_i)}+e^{-\tau_{1i}-\tau_{2i}-\tau_{3i}+3(\beta_n-\delta_i)}+e^{-\tau_{1i}-\tau_{2i}-\tau_{3i}-\tau_{4i}+4(\beta_n-\delta_i)}}$$

$$P(x_{ni}=3)=\frac{e^{-\tau_{1i}-\tau_{2i}-\tau_{3i}+3(\beta_n-\delta_i)}}{e^{0(\beta_n-\delta_i)}+e^{-\tau_{1i}+1(\beta_n-\delta_i)}+e^{-\tau_{1i}-\tau_{2i}+2(\beta_n-\delta_i)}+e^{-\tau_{1i}-\tau_{2i}-\tau_{3i}+3(\beta_n-\delta_i)}+e^{-\tau_{1i}-\tau_{2i}-\tau_{3i}-\tau_{4i}+4(\beta_n-\delta_i)}}$$

$$P(x_{ni}=4)=\frac{e^{-\tau_{1i}-\tau_{2i}-\tau_{3i}-\tau_{4i}+4(\beta_n-\delta_i)}}{e^{0(\beta_n-\delta_i)}+e^{-\tau_{1i}+1(\beta_n-\delta_i)}+e^{-\tau_{1i}-\tau_{2i}+2(\beta_n-\delta_i)}+e^{-\tau_{1i}-\tau_{2i}-\tau_{3i}+3(\beta_n-\delta_i)}+e^{-\tau_{1i}-\tau_{2i}-\tau_{3i}-\tau_{4i}+4(\beta_n-\delta_i)}}. \quad (4)$$

При этом $P(x_{ni}=0)+P(x_{ni}=1)+P(x_{ni}=2)+P(x_{ni}=3)+P(x_{ni}=4)=1$, а кривые распределения категорий отображены на рис. 3. Представленные данные получены при исследовании качества жизни (КЖ) пациентов после стоматологического ортопедического протезирования в клиниках МГМСУ им. А.И. Евдокимова. Применялся специальный опросник КЖ OHIP-20 DG для мобильных устройств. Как известно, приверженность пациентов к вводу данных в электронном виде часто выше, чем к заполнению бумажных форм [10]. Кроме того, электронные опросники предоставляют дополнительное преимущество в виде быстрого доступа и анализа данных, безошибочному вводу ответов и т.д. [11].

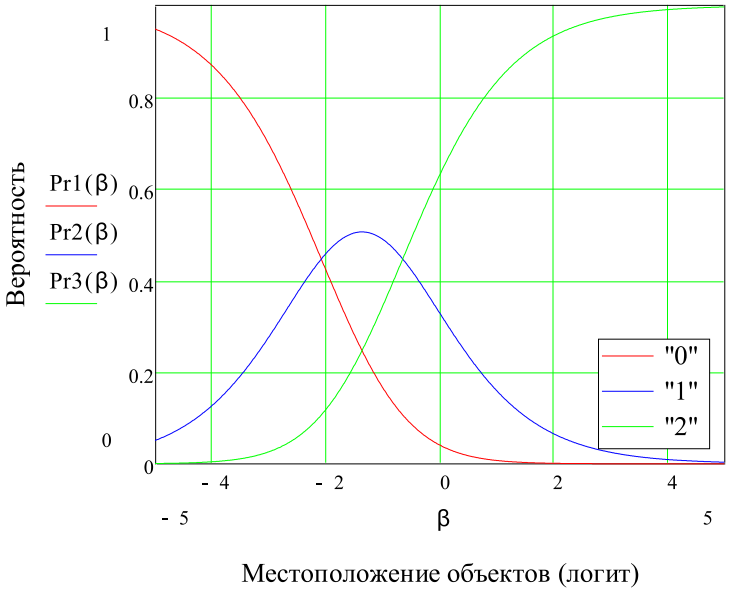

Рис. 2. Кривые распределения категорий для политомической переменной (0, 1, 2). δ = 0.3, τ_1 = -2.08, τ_2 = -0.65

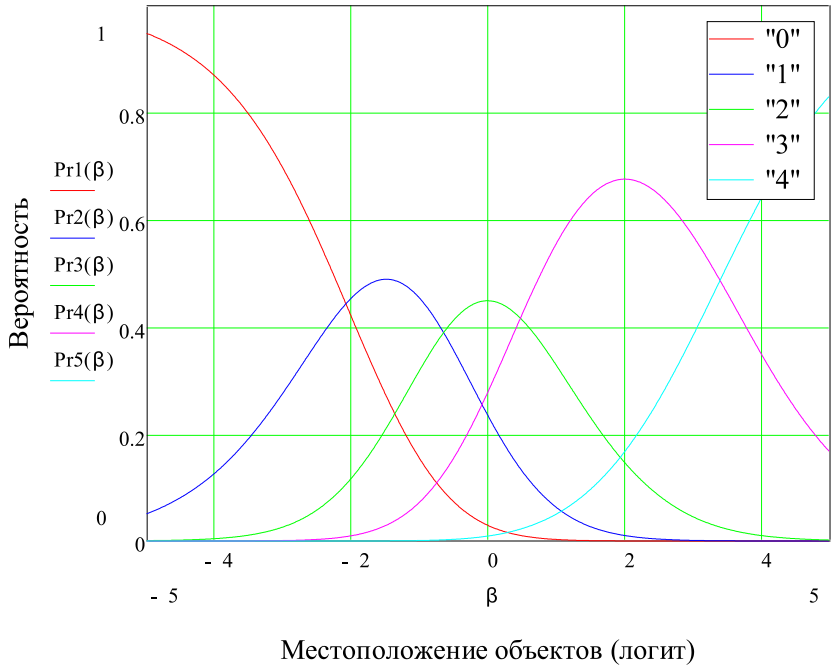

Рис. 3. Кривые распределения категорий для политомической переменной (0, 1, 2, 3, 4). $\delta = 0.29$, $\tau_1 = -2.08$, $\tau_2 = -0.65$, $\tau_3 = 0.48$, $\tau_4 = 3.41$. Индикатор 1. Mathcad 15.0

Здесь, так же как и на рис. 1 и 2, отображены теоретические на основе модели измерения кривые каждой категории выбранного индикатора. По оси ординат отложена вероятность события, по оси абсцисс – уровень латентной переменной в логитах. В нашем случае индикаторы описываются пятью категориями: 0, 1, 2, 3 и 4. При анкетировании пациентами обычно используется именно такое число категорий. Как правило, оно соответствует вариантам ответов «никогда», «очень редко», «иногда», «часто», «очень часто». Пороги отделяют категории индикатора друг от друга. Как отмечалось выше, это точка на шкале латентной переменной, в которой вероятность выбора соседних категорий совпадает. Например, порог 1 равен -2.082, в этой точке пересекаются кривые категорий 0 и 1, порог 2 равен -0.65, в этой точке пересекаются кривые категорий 1 и 2 и т.д. На данном рисунке видно, как, на каком интервале шкалы латентной переменной «работает» каждая категория. Например, нулевая категория описывает вероятность того, что пациенты с уровнем латентной переменной β постоянно «испытывают трудности при приеме пищи в связи с проблемами, связанными с полостью рта» и при $\beta < -2.082$ эта категория ответов опросника наиболее вероятна. В интервале $-2.082 < \beta < -0.65$ вероятнее всего категория 1, соответствующая ответу пациентов очень часто «испытываю трудности при приеме пищи в связи с проблемами, связанными с полостью рта» и т.д. (таблица). Таким образом, наименьшие значения латентной переменной β (в логитах) соответствуют высокой эвентуальности ответов опросника в категории 0 баллов, что на основании матрицы ответов респондентов означает низкий уровень качества жизни и, наоборот, большие значения переменной β отвечают высокой вероятности категории в 4 балла и, соответственно, отменному на основании матрицы данных качеству жизни пациента, что согласуется с логическим основанием модели Раша. Величина порогов рассчитывалась с помощью диалоговой системы ИЛП (измерение латентных переменных) [12].

Из рисунка следует, что для индикатора 1, взятого для примера (рис. 3), все категории использовались исследователями для оценки КЖ. Все категории имеют свой интервал измерения, где они «работают». «Неработоспособных» категорий индикатора нет. Однако для индикатора 2 не все пороги расположены в порядке возрастания (рис. 4). В частности, нет области континуума, в которой оценка 3 является наиболее вероятной. То есть в области ответов на вопросы опросника, где ожидаемый (средний) балл равен 3, пациенты с большей вероятностью дадут балл из другой категории.

Пороги категорий индикаторов

	Оценка (δ)	Порог 1	Порог 2	Порог 3	Порог 4
Индикатор 1*	0.287856	-2.08223	-0.64993	0.477723	3.405866
Индикатор 2**	-0.35616	-3.11551	-0.26205	**1.201407**	**0.751507**
…	–	–	–	–	–
Индикатор 19***	-0.22742	-1.98322	-0.41741	**1.627469**	**-0.13654**
Индикатор 20****	-0.33945	-2.95362	-0.38009	**1.243554**	**0.732348**

* Как часто Вы испытываете трудности при приеме пищи в связи с проблемами, связанными с полостью рта?

** Как часто при приеме пищи последняя застревает между естественными или искусственными зубами (протезами)?

*** Испытываете ли Вы невозможность получать удовольствие от общения с друзьями в связи с проблемами полости рта?

**** Испытываете ли Вы неудовлетворенность жизнью в целом из-за проблем полости рта?

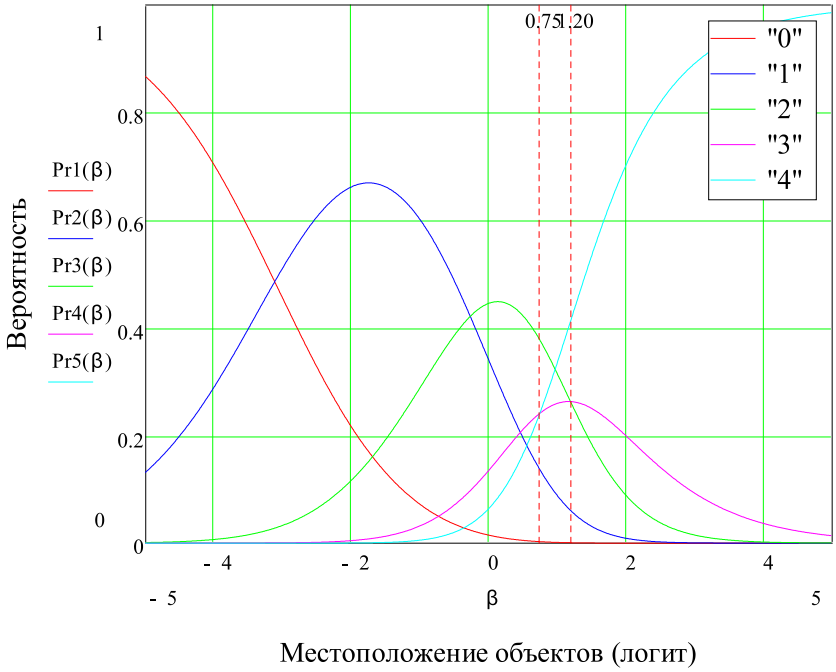

Рис. 4. Кривые распределения категорий для политомической переменной (0, 1, 2, 3, 4). δ = -0.35, τ_1 = -3.11, τ_2 = -0.26, τ_3 = 1.20, τ_4 = 0.75. Индикатор 2. Mathcad 15.0

То есть по мере увеличения интегрального показателя качества жизни вероятность получения более высокого балла по данному индикатору монотонно не увеличивается, а балл 3 никогда не бывает наиболее вероятным. Это означает, что данный пункт опросника следует изучить, чтобы понять, почему категория работает не так, как ожидалось на основании модели Раша. Это может быть связано с недостаточным объемом выборки, потому что P(хи-квадрат) для 2-го индикатора 0.732, а это говорит о том, что элемент соответствует модели. При этом характеристическая кривая индикатора 2 по отношению к групповым средним имеет приемлемый вид (рис. 5). Аналогичные ситуации наблюдались для индикаторов 19 и 20, у которых $\tau_3 > \tau_4$, но P(хи-квадрат) 0.264 и 0.665 соответственно.

Таким образом, разработанный диагностический тест имеет весьма высокие показатели валидности по отношению к модели Раша и позволяет объективно оценивать КЖ при стоматологическом ортопедическом протезировании, но, возможно, требует доработки трех индикаторов или увеличения числа тестируемых.

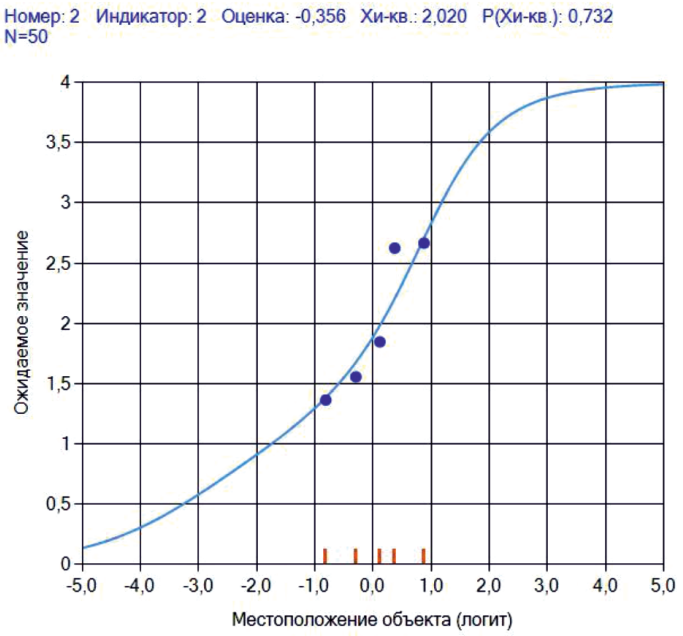

Рис. 5. Характеристическая кривая 2-го индикатора (вопроса). Вверху диаграммы содержится информация по выбранному индикатору. Отрезками на шкале логитов отображены средние уровни латентной переменной групп объектов. Точками – средние фактических данных по указанным группам объектов. Диалоговая система ИЛП

Последнее подтверждается следующим исследованием. На рис. 6 в верхней части диаграммы показано расположение объектов, в нижней – индикаторных переменных. Высота столбцов соответствует числу объектов или индикаторных переменных с заданным местоположением на шкале латентной переменной. На левой оси ординат отображено число объектов или индикаторных переменных, на правой – их проценты в выборке. Взаимодействие множеств латентных переменных на единой шкале логит задает вероятность «успеха» в модели Раша по шкалам теста и в итоге отражает субъективное восприятие качества жизни – «степень комфортности человека внутри себя и в рамках общества, в котором он живет» [13].

Отметим, что согласно рис. 6 основное число обследованных выпадает на диапазон от -1 до +1 логит, при этом порог τ_3 2-го индикатора равен 1.20, что наводит на мысль о возможном недостатке данных в этой области. Похожая ситуация сложилась и с «проблемными» индикаторами 19 и 20 (порог τ_3 1.62 и 1.24 соответственно). Анализ «сырых» (необработанных) частот ответов каждой категории по каждому объекту показал частоты для индикаторов: 7, 5 и 7 пациентов (3 балла) соответственно, что меньше всего среди всех индикаторов. Очевидно, что действительно имело место крайне небольшое число прецедентов в этих категориях и в такой ситуации на самом деле можно не получить статистически значимой информации по «реверсным» пороговым значениям. Отметим, что у индикаторов 2, 19 и 20 также самое высокое значение порога τ_3 из всех индикаторов.

В заключение остановимся на интерпретации латентных переменных β и δ при исследовании качества жизни, связанного со здоровьем, т.е. в медицине.

На наш взгляд, их нужно рассматривать с позиций теории Курта Левина [14] силового взаимодействия, согласно которой успех в преодолении препятствия определяется ослаблением действия, либо вследствие усиления противодействия (рис. 7). При этом латентную переменную, мы считаем, δ обуславливает влияние определенных негативных патогенных факторов, а переменная β контролируется адаптационно-компенсаторными возможностями организма (до лечения) плюс эффективностью терапевтического или иного лечебного воздействия (в результате лечения). Такое толкование латентных параметров хорошо согласуется с концепцией [15], согласно которой «качество жизни – функциональное влияние состояния здоровья и/или последующей терапии на пациента».

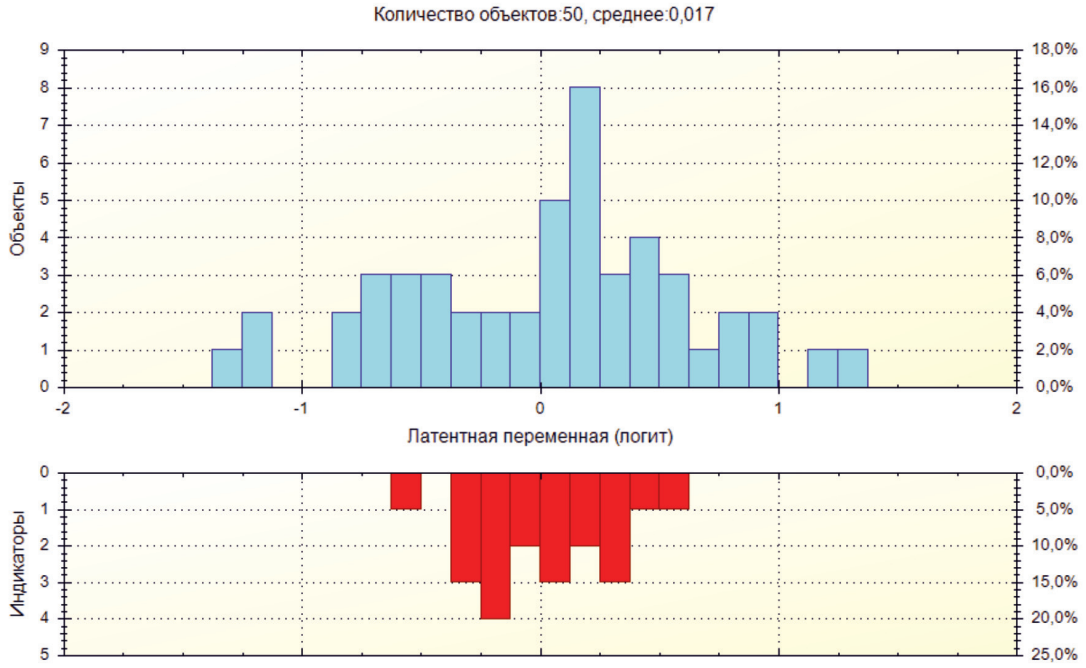

Рис. 6. Местоположение латентных переменных β (объекты) и δ (индикаторы) на единой шкале логит. Данные опроса N = 50 пациентов после протезирования. Среднее значение объектов 0.017, индикаторов – 0. Диалоговая система ИЛП

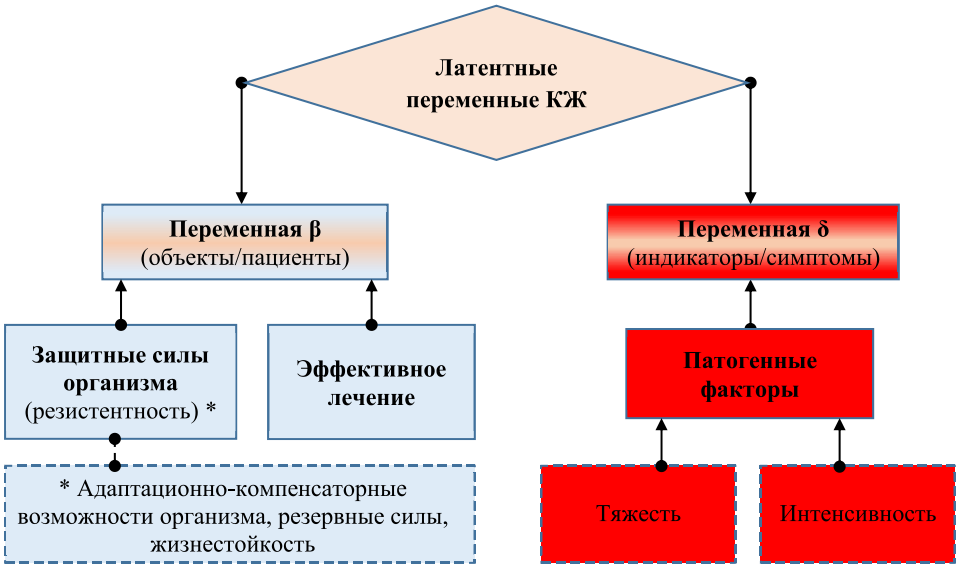

Рис. 7. Блок-схема. Возможная интерпретация латентных переменных в медицине

Заключение

1. Получены уравнения кривых распределения категорий (ICC) в политомической (x_{ni} = 0, 1, 2, 3, 4) модели Раша.

2. С помощью диалоговой системы ИЛП рассчитаны пороги значения индикаторных переменных результатов опроса пациентов о качестве жизни после стоматологического ортопедического протезирования и сделан вывод о валидности опросника.

3. Нарушения в порядке следования порогов могут быть обусловлены недостатком данных мониторинга КЖ в области соответствующих пороговых значений латентной переменной β.

4. Предложена интерпретация латентных переменных в медицине при анализе качества жизни больных.

Список литературы

1. Арутюнов С.Д., Соловых Е.А., Молчанов К.А. Психологические особенности пациентов пожилого и старческого возраста и их проявления при оказании им стоматологической помощи // Российский стоматологический журнал. 2008. № 2. С. 46–50.

2. Халина Н.В., Поздняков С.А. Разработка опросника для измерения факторов значимости пожилого как другого для молодого поколения // Историческая и социально-образовательная мысль. 2015. Т. 7. № 7, ч. 1. С. 85–100.

3. Карданова Е.Ю. Преимущества современной теории тестирования по сравнению с классической теорией тестирования // Вопросы тестирования в образовании. 2004. № 10. С. 94–106.

4. Летова Л.В. Модель Раша как инструмент для объективного измерения уровня учебных достижений по математике // Инновации в образовании. 2014. № 2. С. 139–148.

5. Баркалов С.А., Моисеев С.И., Требунцева Л.В. Модель интегральной оценки AQLQ, основанная на латентных переменных // Проектное управление в строительстве. 2019. № 4 (17). С. 91–96.

6. Программа для ЭВМ: OHIP-20-DG. Номер регистрации (свидетельства): RU 2021613358. Дата регистрации: 05.03.2021. Номер и дата поступления заявки: 2021612179 19.02.2021. Дата публикации: 05.03.2021. Авторы: Арутюнов С.Д., Муслов С.А., Грачев Д.И., Перцов С.С., Мартыненко А.В., Стерликов П.Ф., Чижмаков Е.А., Багдасарян Г.Г., Арутюнов А.С., Мальгинов Н.Н.

7. David Andrich, Ida Marias. A Course in Rasch Measurement Theory Measuring in the Educational, Social and Health Sciences. 2019. Springer. 482 p.

8. Лапшихина Е.А., Муслов С.А. Исследование качества жизни больных раком предстательной железы и психометрические свойства опросника EORTC QLQ-PR25 // Научное обозрение. Медицинские науки. 2021. № 4. С. 16–31. DOI: 10.17513/srms.1200.

9. Анисимова Т.С., Маслак А.А., Осипов С.А., Поздняков С.А. Исследование точности измерения латентной переменной в зависимости от числа градаций индикаторных переменных // Теория и практика измерения латентных переменных в образовании: материалы Седьмой всероссийской научно-практической конференции / Отв. ред. Маслак А.А.; Славянск-на-Кубани: Изд. центр СГПИ, 2005. С. 12–21.

10. Завьялов А.А., Кашурников А.Ю., Андреев Д.А. Специализированные электронные опросники исходов лучевой терапии и качества жизни онкологических больных // Врач и информационные технологии. 2021. № 2. С. 28–35.

11. Advances in Patient Reported Outcomes: Integration and Innovation: Leeds, UK. 13 June 2019. J Patient Rep Outcomes. 2020; 4(1): 28. DOI: 10.1186/s41687-020-00193-x.

12. Осипов С.А., Маслак А.А. Оценивание параметров модели Раша методом парных сравнений // Теория и практика измерения компетенций и других латентных переменных в образовании: материалы XV (03–05 февраля 2011 года) и XVI (01–03 июля 2011 года) Всероссийских (с международным участием) научно-практических конференций. Славянск-на-Кубани: Изд. Центр СГПИ. 2011. С. 65–72.

13. Евсина О.В. Качество жизни в медицине – важный показатель состояния здоровья пациента (обзор литературы) // Личность в меняющемся мире: здоровье, адаптация, развитие. 2013. № 1. С. 119–33.

14. Аванесов В.С. Три источника становления метрической системы Георга Раша (RM) // Педагогические измерения. 2004. № 1. С. 15–21.

15. Cella D. Measuring quality of life in palliative care. Seminars in Oncology 1995:73-81.